

Internet Archive 對於動態幾何的應用

全任重

新竹清華大學數學系

jcchuan@gmail.com

前言

當電腦及網際網路尚未流行以前，數學愛好者的腦海中總會醞釀著這樣的問題：「該如何運用科技來協助我做數學？」數學真理是永恆的，而科技發展卻是日新月異，因此這道問題的答案隨著時間作改變。

科技對於數學的需求

自從電腦問世以來，科技對於數學的需求經歷過以下三個階段：

- 1) **數值計算**：在個人電腦尚未問世以前，唯一透過電腦來協助人們做數學的方法是透過建立 Fortran 程式來進行。(以下即將介紹的 Internet Archive 裡收藏豐富的資料記載這方面的活動。)
- 2) **代數計算**：自從符號運算軟體 [Macsyma](#) 於 1968 年首次出現之後，科技對於數學的需求逐漸由數值分析步入代數的領域。
- 3) **動態幾何**：個人電腦環境在 1993 年邁入視覺世代，動態幾何軟體也隨之誕生，古典綜合幾何終於擁有恰當的遊樂場。

在現實的數學研究世界中，上述三項科技發展對於數學的需求或許扮演著卑微的角色，現代科技依然默默的提供數學研究與教學的論文製作及傳播等技術上的基本需求。對於數學系而言，每年運用於訂閱期刊的開支仍然佔據整體經費很高的百分比。

全球金貿處於兵荒馬亂的當前，我們不時聽到類似「[加州打算將課本改為電子書](#)」之類的消息。此事說明：科技對於數學的需求即將進入第四個階段：

- 4) **電子書**：知識份子一項都喜好閱讀，對於喜愛數學的人們而言，做數學與閱讀他人著作就猶如雙腳走路一般，缺一不可平衡。使得閱讀電子書成為數學的需求，有賴於多重的促成科技 (enabling technology)，其中以 Internet Archive ([archive.org](#)) 最值得注意。

Internet Archive 簡介

此時此刻，Internet Archive 已經收藏了 162 萬本書籍供世人免費下載。這裡所有的資料都屬於 Open-Access Text Archive，因此所有版權等相關問題都由該組織來澄清。該資料庫具有以下特色：

- 1) **極高的學術水準**。極多書本來自哈佛大學、牛津大學、密西根大學、加州大學的圖書館。
- 2) **高速搜尋**。若善用 [Google 咒語](#) site:archive.org/stream keyword (: 前後不得留空)，Google 立即將 162 萬本書當中包含 keyword 字串的檔案一一列出。
- 3) **高品質掃描**。每份檔案之首頁都呈現有如 Microsoft 或 Google 之標誌，目的在於提示讀者清晰的影像是倚靠哪套掃描技術的成果。
- 4) **高速下載**：整套檔案系統是由 [Sun Fire X4500 Server combining four-way x64 server](#)

[with 48TB of storage](#) 高速電腦架構所承擔。

愛讀書的人必愛 Internet Archive

理由如下：

- 1) **掌握現代科技與古人智慧之連接**：人工智慧無法透過現代科技與現代人的智慧互相連接。多年經驗得知：透過現代科技與古人智慧作連接的可行性似乎頗大！每當我們翻開一本(出版超過 100 年)數學古書，往往會著迷於那一頁又一頁精緻的數學插圖。這時候，你若本著「無言證明」([Proof Without Words](#))的精神來理解其數學含義，會發現，即使呈現的是甲古文，你也能夠與作者進行數學溝通！因此，這類的「考古數學法」配合現代科技，的確能夠促成古今智慧上之溝通。
- 2) **消除書本堆積如山的苦惱**。讀書人遲早都會收集一大堆書籍。惡夢跟著就要發作：太多書了！要如何整理？要如何善用？試想：Internet Archive 是如何處理類似的問題？有了！不如乾脆就直接把 [Google 科技](#) 直接應用到私人資料庫的管理又怎麼樣？脫離作為書本的奴隸轉變成為書本主人原來就是這麼簡單！
- 3) **拓寬視野**。在「全球化」尚未進入媒體的字典以前，人們一早就在渴望全球化的來臨。每當蒞臨發展地區的書店或圖書館裡，你總會見到人們積極的在搜尋有關全球化的真正意義及達到全球化的方法。Internet Archive 正默默的在耕耘全球化的夢想：它正全天候在全球圖書館進行掃描工作並且每天增添 2000 多本書到資料庫中！
- 4) **區域化**。書本中的知識在融入人們的腦海的環節中，最基本的工作是將資料儲藏於個人資料庫中。趁 [摩爾定律](#) 即將壽終正寢之際，趕快搶時髦戴上個容量 64G 的 USB 隨身碟，裡面灌飽兩打百科全書，到處去炫耀吧！可是，在等待 64G 的資料傳輸完畢時，鬍子都已長出來了！看樣子，在 USB 3.0 尚未普及前，找個兩吋半 500G 硬碟來儲存資料該是最佳對策。這東西貴嗎？與目前市價作比較，購買一本最新版的 Thomas 微積分的通貨可足以兌換到兩台上述規格的硬碟。921 大地震過後我見到附近那家牛肉麵老闆架起一台發電機，將桌椅搬到馬路邊開始做生意。我猜，下次遇到天災時，除了發電機以外，人們該也架起個人資料中心來渡過難關。
- 5) **免於掉進科技陷阱**。這年頭有人靠電腦「寫了」20 萬本書！其中每一本都有 ISBN 登錄序號。當你上網購買這些書本時，作者才「動筆撰寫」！這位多產作家擁有數學、生物及經濟三科的大學學位，當今身為管理科學系主任。我猜，大概該有不少電子書迷會胡裡胡塗的下載一堆「病毒電子書」。由當前嚴謹的作風看來，如此黑洞該不會出現於 Internet Archive 中。

Internet Archive 為何該受到學校的歡迎？

理由如下：

- 1) **珍貴的學術資源**。對於剛開張的學校而言，補足過時期刊及圖書需要一筆昂貴的經費。然而，這類學校卻能夠迅速的跳入圖書館競賽的隊伍中：只要增添超連結來連絡恰當的 Internet Archive 的內容就是！至於已經擁有部份期刊的學校而言，Internet Archive 裡的數位資料能夠透過搜索及交互參照的方式高度提升其使用率。無論如何，圖書館的經費壓力得以大大的減輕。
- 2) **提升學校的聲譽**。Internet Archive 中的每一筆檔案都附加「敘述」(Description Section)一欄，

記載該書本來自哪家圖書館。當然，Harvard 一字不時會出現。可知道，每年各校都投入大筆經費來提升其聲望。在所有費用當中，貢獻絕版圖書的影像檔給予 Internet Archive 應該會達到最高的「聲譽/費用」比值。

- 3) **提升科技運用能力指標**。在高密度的網路架構的今日，學校網頁與校外的超連結的總數足以反映該校科技運用能力之高低。爲了提升科技運用能力指標，Internet Archive 早已設定數百萬個結點供各校連結。
- 4) **製造宣傳的機會**。任一採用 Internet Archive 內容的科目都夠資格宣稱「我們與大師學習」！
- 5) **延伸學風與傳統**。透過 [Mathematics Genealogy Project](#) 的查詢，教師們得以鼓吹「某人是我老闆的老闆的老闆，請看他在 Internet Archive 的著作超連結。」瞬間，學校即成爲悠久歷史傳統中的一個結點。

動態幾何的靈感來源

以下各題材都能夠追溯於 Internet Archive 中的資料。

1) 圓錐曲線之綜合作圖法

橢圓、拋物線及雙曲線起源於視覺幾何，自從笛卡兒創立坐標系統，這些圓錐曲線與代數式總是脫離不了關係。然而，作圖題如「由橢圓外某一點求作一對切線」對於現代學生而言顯得十分困難。然而，若以綜合幾何的角度來定義橢圓：它是所有與準圓及某定點等距點之軌跡，這個作圖方法即簡便許多。又如，「作一圓錐曲線通過已知五點」及其相關退化問題如「作一圓錐曲線與五條已知直線相切」都能夠藉以 Pascal 定理及其投影對偶 Brianchon 定理進行尺規作圖來處理，這一類問題都適合在動態幾何環境下進行數學實驗。若以數學考古的角度來探索，不難發現綜合幾何的黃金年代是 19 世紀，最後是由 L. Cremona 在 Elements of Projective Geometry 一書作總結。此書在中研院、清大圖書館中都能夠尋找得到，可是，現在你只要按一下 <http://www.archive.org/details/elementsofprojec028846mbp> 這本書就呈現在你眼前。

2) 特殊曲線

[這個網頁](#)展示了許多「特殊曲線」及其切線與密集圓，包括 Bow 曲線、Bowditch 曲線、彈頭曲線、Cayley 六次曲線、蚌線、正交曲線、雙葉線、Freeth 腎臟線、笛卡兒蔓葉線、Kappa 曲線、杖頭線、雙紐線、Geronno 雙紐線、Piriform、三瓣玫瑰線、四瓣玫瑰線、蛇形曲線、環索線、阿涅擇箕舌線等。這類曲線的典型作圖依賴方程式及坐標系統。而該網頁則依循尺規作圖的精神，設法將微分及二次微分的過程「綜合幾何化」，無需坐標系統來完成的。這系列的作圖靈感來自 [E. H. Lockwood, A Book of Curves](#) 一書。想尋找其他與特殊曲線相關的書籍嗎？[請按這裡](#)。

3) 圖形分割

Henry Dudeney(1857-1930)可以算得上 19-20 世紀交界時最著名的數學魔術師。他曾經拿著一個木模型到皇家學會當著數學家展示如何將一正三角形分成四塊，然後重新拼成一個正方形。有關於該分解的尺規作圖以及公開表演等，都詳細的記載於 [The Canterbury puzzles and other curious problems](#) 一書。有關於該分解及組合的動態幾何展示，[請看這裡](#)。有關於圖形分割問題的其他資料，[請見這裡](#)。

4) 菱形多面體

[這個網頁](#)展示了許多「菱形多面體」。菱形多面體究竟是人為的產品還是來自大自然？在 [Internet Archive](#) 裡，我們發現 100 年前菱形多面體一詞出現於晶體學及礦物學的文獻的機率遠高於出現於數學文獻。我們終於欣慰的認識到：動態幾何與自然科學居然有如此密切的關係。

5) 連桿

大約 100 年前，視覺幾何曾經在數學領域佔有顯學的角色，當時人們狂熱於連桿設計，連當時的大數學家如 J.J. Sylvester, Arthur Cayley, Lord Kelvin 及 Chebyshev 等人都插上一腳。該熱潮達到巔峰時 A. B. Kempe 以 [How to draw a straight line: A lecture on linkages in 1877](#) 為題於 Royal Institution 講授有關連桿設計之點點滴滴。在此特別邀請讀者前往 [此處](#) 去體會在球面上及在空間上的連桿設計。

6) Poncelet Porism 及 Steiner Porism

打開字典，保證您無法查到 porism 一字的定義。Pappus 曾經說過這麼一句：「除了完成幾何原本以外，甌幾理得也完成 Porisms of Euclid 一書。」十分可惜，porism 一書失傳許久。M. Chasles 於 1860 年於巴黎出版一本名為 [Les Trois livres de porismes d'Euclide](#) 一書，告諸世人 Porisms of Euclid 該長成什麼模樣。筆者在此坦承：我從來就沒有徹底瞭解 Poncelet Porism 或 Steiner Porism 的證明，但是卻發現 Poncelet Porism 與 Steiner Porism [在空間及球面上的各式各樣的推廣](#)。

結語

Internet Archive 已累積足夠多的前人智慧而形成豐富的學術資料庫。本文回顧一段透過該資料以數學考古精神來進行幾何實驗的歷程。我們也討論到 Internet Archive 如何令動態幾何更為豐碩。